

Distribusi Peluang

Pendahuluan

Di bahan belajar mandiri sebelumnya telah disinggung sedikit tentang peubah. Ditinjau dari diskret atau tidaknya, Peubah dapat dikelompokkan menjadi dua macam, yaitu peubah diskret dan peubah kontinu. Peubah diskret adalah peubah yang berkenaan dengan banyaknya atau hasil membilang; sifatnya dapat dihitung. Misalnya, jenis kelamin adalah peubah diskret karena banyaknya dapat dihitung (dua). Peubah diskret hanya terdiri dari dua atau dianggap dua pilihan, seperti pria-wanita, hidup-mati, dan benar-salah. Sedangkan peubah kontinu adalah peubah yang berkenaan dengan hasil pengukuran, misalnya skor, tinggi badan, berat badan, dan bilangan real pada garis bilangan.

Pada peubah diskret, tidak ada kategori lain diantara dua kategori yang berdekatan, misalnya antara benar dan salah tidak ada kategori lainnya, antara pria dan wanita juga tidak ada kategori lain, begitu pula antara 3 dan 4 tidak ada bilangan asli lain. Sedangkan pada peubah kontinu, antara dua ukuran yang berbeda masih ada ukuran lain yang tidak sama dengan kedua ukuran sebelumnya. Misalnya, antara skor 40 dan 30 masih ada skor lain, yaitu 31. Antara 31 dan 32 masih ada skor lain, yaitu 31,9.

Menurut acak atau tidaknya, peubah juga dapat dikelompokkan menjadi 2 jenis, yaitu peubah acak dan peubah tak acak. Peubah acak adalah peubah yang berkenaan dengan percobaan atau penyetoran. Sifatnya tidak diarahkan. Sedangkan peubah tak acak adalah peubah yang munculnya tidak melalui peluang. Artinya peubah ini diarahkan atau disengaja. Peubah acak yang banyak nilai munculnya dapat dihitung disebut peubah acak diskret, dan yang tidak dapat dihitung disebut peubah acak kontinu. Contoh peubah acak

diskret adalah pengetosan sebuah atau lebih mata uang logam. Untuk peubah acak kontinu, contohnya adalah kejadian yang dapat muncul pada perolehan skor ujian siswa.

Pemahaman kita tentang peubah acak diskret dan peubah acak kontinu sangat membantu dalam mempelajari materi tentang distribusi peluang, khususnya distribusi binom dan distribusi normal.

Sebagai acuan utama bahan belajar mandiri ini adalah buku karangan Billstein, Liberskind, dan Lot (1993), *A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teachers*; Ruseffendi, H.E.T (1998), *Statistika Dasar untuk Penelitian Pendidikan*; dan Sudjana (1989), *Metoda Penelitian*. Walpole, R.E. dan Myers, R.H. (1986), *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan* (terjemahan oleh Sembiring, R.K.).

Setelah mempelajari dan mengerjakan latihan-latihan yang ada pada bahan belajar mandiri ini, anda diharapkan dapat:

1. Memahami arti distribusi peluang.
2. Memahami jenis-jenis distribusi peluang..
3. Mengetahui distribusi binom, contoh, dan penggunaannya.
4. Mengetahui distribusi normal, contoh, dan penggunaannya

Kegiatan Belajar 1

Distribusi Binom

Pada bagian depan telah dibahas pengetosan sebuah mata uang logam Pada percobaan itu hanya dapat menghasilkan 2 buah kejadian, yaitu “gambar” dan “huruf” dan dilambangkan dengan G dan H. Jika percobaan itu dilakukan secara acak (tidak mengarahkan pada salah satu) maka peluang munculnya $G = P(G) = \frac{1}{2}$, begitu pula peluang munculnya $H = P(H) = \frac{1}{2}$. Jika G muncul maka H tidak muncul, begitu pula sebaliknya. Misalkan banyaknya G yang muncul dilambangkan dengan X. Jika pada G berlaku $X = 1$ maka pada H berlaku $X = 0$. Dengan demikian, $P(X = 1) = \frac{1}{2}$ dan $P(X = 0) = \frac{1}{2}$.

Misalkan percobaannya dilakukan dengan menggunakan dua buah mata uang, maka kejadian yang dapat dihasilkan adalah GG, GH, HG, HH. Peluang yang diperoleh untuk setiap kejadian adalah $P(GG) = P(GH) = P(HG) = P(HH) = \frac{1}{4}$. Jika X menyatakan banyak muka G, maka $X = 0, 1, 2$; sehingga $P(X = 0) = \frac{1}{4}$, $P(X = 1) = \frac{1}{2}$, dan $P(X = 2) = \frac{1}{4}$. Hal ini dapat dinyatakan di dalam tabel berikut:

X	P(X)
0	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{2}$
Jumlah	1

Misalkan percobaannya adalah melakukan pengetosan (pelemparan) tiga mata uang. Pada percobaan ini terdapat 8 kejadian, yaitu GGG, GGH, GHG, GHH, HGG, HGH, HHG, HHH. Peluang untuk setiap kejadian itu adalah $\frac{1}{8}$. Jika X menyatakan banyak G yang muncul, maka $X = 0, 1, 2, 3$. Dengan demikian, diperoleh $P(X = 0) = \frac{1}{8}$, $P(X = 1) = \frac{3}{8}$, $P(X = 2) = \frac{3}{8}$, dan $P(X = 3) = \frac{1}{8}$. Hasil ini dapat disusun dalam sebuah tabel berikut:

X	P(X)
0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{3}{8}$
2	$\frac{3}{8}$
3	$\frac{1}{8}$
Jumlah	1

Simbol X pada tabel di atas merupakan suatu peubah, yang nilainya 0, 1, 2, 3, ... Jadi, peubah acak diskrit X menentukan distribusi peluang apabila nilai- nilai $X = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ terdapat peluang $p(x_i) = P(X = x_i)$ sehingga

$$\sum p(x_i) = 1$$

$p(x)$ disebut fungsi peluang untuk peubah acak X pada harga $X = x_i$.

Untuk sebuah peubah acak kita dapat menentukan (jika ada) ekspektasinya, yaitu dengan rumus:

$$\varepsilon(X) = \sum x_i p(x_i) = 1$$

dengan, $\varepsilon(X)$ ekspektasi untuk peubah acak X dan penjumlahan dilakukan untuk semua harga X yang mungkin.

$\varepsilon(X)$ merupakan rata-rata untuk peubah acak X .

Peubah acak yang tidak diskrit disebut peubah acak kontinu. Misalkan X adalah peubah kontinu dengan harga $X = x$ dimana $-\infty < x < \infty$. Jika X sebuah peubah acak kontinu, maka fungsi densitas $f(x)$ yang dapat menghasilkan peluang untuk harga-harga x , diberikan dengan rumus:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Untuk menentukan peluang bahwa harga $X = x$ antara a dan b , digunakan rumus:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

Ekspektasi untuk peubah acak kontinu X ditentukan oleh rumus:

$$\varepsilon(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx$$

Contoh 1.

Misalkan masa pakai (x) untuk suatu alat dituliskan sebagai fungsi densitas eksponensial berikut:

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-1/2 x}, x \geq 0, \text{ dalam bulan, dan } e = 2,7183.$$

Tentukan peluang alat ini:

- Dapat dipakai selama antara 3 dan $3 \frac{1}{2}$ bulan.
- Dapat dipakai lebih dari 3 bulan.
- Rata-rata masa pakainya.

Jawab.

$$\begin{aligned} \text{a. } P(3 < X < 3\frac{1}{2}) &= \int_3^{3\frac{1}{2}} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} dx \\ &= (-e^{-\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{2}}) - (-e^{-\frac{1}{2} \cdot 3}) \\ &= -e^{-1,75} + e^{-1,5} \\ &= -0,1738 - 0,2231 \\ &= 0,0493. \end{aligned}$$

Peluang masa pakai alat itu antara 3 dan $3 \frac{1}{2}$ bulan adalah 0,0493.

$$\begin{aligned} \text{b. } P(3 < X < \infty) &= \int_3^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} dx \\ &= -0 + e^{-1,5} \\ &= 0,2231 \end{aligned}$$

Peluang masa pakai alat itu lebih dari 3 bulan adalah 0,2231.

$$\begin{aligned} \text{c. } E(X) &= \int_0^{\infty} \frac{1}{2} x e^{-\frac{1}{2}x} dx \\ &= 0 + 2 \cdot e^0 \\ &= 2. \end{aligned}$$

Jadi pukul rata-rata masa pakai alat itu 2 bulan.

Suatu percobaan sering dikatakan sebagai usaha. Setiap usaha akan memperoleh dua kemungkinan hasil, yaitu sukses atau gagal. Misalkan, lima kartu bridge ditarik berurutan dari satu kotak kartu bridge. Penarikan dianggap sukses jika yang tertarik adalah kartu berwarna merah, dan dianggap gagal jika yang tertarik berwarna hitam. Tiap selesai penarikan kemudian dikembalikan sedemikian sehingga tiap penarikan bebas satu sama lain dan peluang sukses tidak berubah, tidak tergantung pada urutan beberapa kartu tersebut ditarik. Percobaan seperti ini disebut *percobaan binom*. Jika penarikan kartu pertama kartunya tidak dikembalikan, maka peluang sukses pada penarikan kedua

berubah dari $\frac{1}{2}$ menjadi $\frac{26}{51}$ atau $\frac{25}{51}$ tergantung pada sukses tidaknya penarikan pertama. Percobaan seperti ini *bukan termasuk percobaan binom*.

Suatu percobaan binom adalah percobaan yang memenuhi:

- 1) percobaan terdiri atas n usaha yang berulang;
- 2) tiap usaha memberi hasil yang dapat ditentukan dengan gagal atau sukses;
- 3) peluang sukses tidak berubah dari satu usaha ke usaha berikutnya;
- 4) antara usaha satu dan usaha lainnya bersifat bebas.

Misalkan suatu percobaan binom berupa pengambilan tiga kain secara acak dari suatu pabrik, kemudian yang cacat (C) dipisahkan dari yang tidak cacat (T). Bahan yang cacat disebut sukses. Banyaknya sukses merupakan peubah acak yang harganya dari 0 sampai 3. Kedelapan yang mungkin dan harga X adalah:

Hasil	x.
TTT	0
TCT	1
TTC	1
CTT	1
TCC	2
CTC	2
CCT	2
CCC	3.

Karena proses pengambilan dianggap menghasilkan 25% bahan yang cacat, maka

$$P(TCT) = P(T) P(C)P(T) = (3/4)(1/4)(3/4) = 9/64$$

Peluang hasil yang lain dihitung dengan cara yang sama. Jadi distribusi peluang X adalah

.x	0	1	2	3
.f(x)	27/64	27/64	9/64	1/64

Distribusi peluang peubah binom X disebut distribusi binom.

Perhatikan suatu percobaan yang menghasilkan hanya dua kejadian, dengan p adalah peluang munculnya suatu kejadian, q adalah peluang tidak munculnya suatu kejadian, dan n adalah banyak percobaan (bebas) itu dilakukan, maka peluang munculnya kejadian itu sebanyak r kali dari n percobaan atau $P(r \text{ dari } n)$ adalah

$$P(r, n) = \binom{n}{r} p^r q^{n-r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r q^{n-r}$$

Catatan:

$$\binom{n}{r} = {}_n K_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Fungsi di atas disebut fungsi distribusi peluang binom.

Contoh 2.

Misalkan kita mempunyai 10 buah soal tipe B-S. Jika ada seorang anak yang hanya menebak-nebak jawabannya, berapa peluang ia memperoleh paling sedikit 7 buah jawaban benar?

Jawab.

Karena jawaban setiap soal hanya ada 2, maka distribusinya adalah distribusi binom, dengan $n = 10$, $p = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{2}$, dan $r = 7, 8, 9, 10$. Nilai peluang untuk r adalah sebagai berikut:

R	NK _r	p^r	Q^{n-r}	Nilai peluang
7	120	$\frac{1}{2}^{10}$	$\frac{1}{2}^3$	$120 / 1024 = 0,117$
8	45	$\frac{1}{2}^9$	$\frac{1}{2}^2$	$45 / 1024 = 0,044$
9	10	$\frac{1}{2}^8$	$\frac{1}{2}^1$	$10 / 1024 = 0,010$
10	1	$\frac{1}{2}^7$	$\frac{1}{2}^0$	$1 / 1024 = 0,001$
				$P(r \geq 7) = 176 / 1024 = 0,172$

Sumber: Ruseffendi (1998), Statistika Dasar, h. 238.

Keterangan:

Untuk memperoleh suatu nilai peluang, misalkan untuk $r = 7$ maka nilai peluang 7 dari 10 atau $P(7 \text{ dari } 10)$ adalah

$$\begin{aligned} P(7,10) &= \binom{10}{7} (1/2)^7 (1/2)^{10-7} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} (1/2)^{10} = 0,117 \\ &= \frac{10!}{7!(10-7)!} (1/2)^7 (1/2)^{10-7} \\ &= \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} (1/2)^{10} = 0,117 \end{aligned}$$

$P(r \geq 7) = 0,172$ menyatakan bahwa peluang anak itu untuk memperoleh jawaban benar paling sedikit 7 buah melalui tebak-tebakan saja adalah 0,172.

Rangkuman

1. Peubah acak diskrit X menentukan distribusi peluang apabila nilai- nilai $X = x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ terdapat peluang $p(x_i) = P(X = x_i)$ sehingga $\sum p(x_i) = 1$.
 $p(x)$ disebut fungsi peluang untuk peubah acak X pada harga $X = x_i$.
2. Ekspektasi untuk sebuah acak diskrit X ditentukan dengan rumus:

$$\varepsilon(X) = \sum x_i p(x_i) = 1$$

dengan, $\varepsilon(X)$ ekspektasi untuk peubah acak X dan penjumlahan dilakukan untuk semua harga X yang mungkin.

3. Jika X sebuah peubah acak kontinu, maka fungsi densitas $f(x)$ yang dapat menghasilkan peluang untuk harga-harga x , diberikan dengan rumus:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Untuk menentukan peluang bahwa harga $X = x$ antara a dan b , digunakan rumus

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x) dx$$

4. Ekspektasi untuk peubah acak kontinu X ditentukan oleh rumus:

$$\varepsilon(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$$

5. Suatu percobaan yang menghasilkan hanya dua kejadian, dengan p adalah peluang munculnya suatu kejadian, q adalah peluang tidak munculnya suatu kejadian, dan n adalah percobaan dilakukan, maka peluang munculnya kejadian sebanyak r kali dari n percobaan atau P(r dari n) adalah

$$P(r, n) = \binom{n}{r} p^r q^{n-r} = \frac{n!}{r!(n-r)!} p^r q^{n-r}$$

Tes Formatif 1

Berilah tanda silang (X) salah satu jawaban yang menurut anda benar.

1. Yang bukan peubah kontinu adalah
 - a. Himpunan bilangan real pada garis bilangan.
 - b. jarak
 - c. berat
 - d. Jenis kelamin
2. Pada pengetosan sebuah mata uang logam, peluang munculnya H adalah
 - a. 0,5
 - b. 0.25
 - c. 0,35
 - d. 1
3. Pada pengetosan tiga buah mata uang logam, peluang munculnya dua buah G adalah
 - a. 1
 - b. 1/4
 - c. 1/8
 - d. 3/8

4. Pada pengetosan sebuah mata uang logam sebanyak 10 kali, peluang memperoleh 6 G adalah
- 0, 2050
 - 0,2250
 - 0,2450
 - 0,2650
5. Misalkan masa pakai untuk suatu alat dituliskan sebagai fungsi eksponensial berikut:
- $$f(x) = \frac{1}{2} e^{-1/2 x}, x \geq 0, \text{ dalam bulan, dan } e = 2,7183.$$
- Maka peluang alat dapat dipakai selama selama 2 bulan adalah
- 1/e
 - 0,0574
 - 0,0568
 - 0,0493
6. 10 % dari sekelompok benda berkategori A. Sebuah sampel berukuran 30 diambil secara acak. Peluang sampel itu berisi semua benda berkategori A adalah
- 1
 - 0,1502
 - 0,3270
 - 0
7. 10 % dari sekelompok benda berkategori A. Sebuah sampel berukuran 30 diambil secara acak. Peluang sampel itu berisi sebuah benda berkategori A adalah
- 0
 - 0,1409
 - 0,2468
 - 0,0333
8. Berat bayi baru lahir rata-rata 3.750 gram dengan simpangan baku 325 gram. Jika berat bayi itu berdistribusi normal, maka persentase berat bayi lebih dari 4.500 gram adalah
- 1,04 %
 - 2,08%

- c. 4,16%
- d. 8,32%
9. Berat bayi baru lahir rata-rata 3.750 gram dengan simpangan baku 325 gram dan berat bayi itu berdistribusi normal. Jika banyak bayi ada 5.000, maka banyak bayi yang beratnya 4.250 gram adalah
- a. 18
- b. 16
- c. 8
- d. 6
10. Di suatu daerah 10 % penduduknya bergolongan darah A. Jika sebuah sampel acak terdiri atas 400 penduduk telah diambil, maka peluang paling banyak 30 orang bergolongan darah A adalah
- a. 0,0862
- b. 0,0904
- c. 0,0680
- d. 0,0571

Cocokkan hasil jawaban anda dengan kunci jawaban tes formatif yang ada di bagian akhir bahan belajar mandiri ini. Hitunglah banyaknya jawaban anda yang benar, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan anda terhadap materi kegiatan belajar.

Rumus

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban anda yang benar}}{10} \times 100 \%$$

Arti tingkat penguasaan yang anda capai:

90 % - 100 % = baik sekali

80 % - 69 % = baik

70 % - 79 % = cukup

< 70 % = kurang

Jika anda mencapai penguasaan 80 % atau lebih, anda dipersilahkan melanjutkan ke kegiatan belajar selanjutnya. Tetapi jika tingkat penguasaan anda kurang dari 80 %, sebaiknya anda mencoba mengulangi lagi materi tersebut.

Kegiatan Belajar 2

Distribusi Normal

Misalkan kita mempunyai 10 buah soal tipe B-S dan ada seorang anak yang hanya menebak-nebak jawabannya. Kita ingin melihat berapa peluang anak itu memperoleh berturut-turut 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, dan 0 atau tidak ada jawaban benar. Untuk menjawab masalah ini, kita dapat melengkapi tabel di atas dengan menambahkan unsur r mulai dari 6 sampai dengan 0.

Tabelnya adalah sebagai berikut

:

r	NKr	p^r	q^{n-r}	Nilai peluang
0	1	$\frac{1}{2}^0$	$\frac{1}{2}^{10}$	$1 / 1024 = 0,001$
1	10	$\frac{1}{2}^1$	$\frac{1}{2}^9$	$10 / 1024 = 0,010$
2	45	$\frac{1}{2}^2$	$\frac{1}{2}^8$	$45 / 1024 = 0,044$
3	120	$\frac{1}{2}^3$	$\frac{1}{2}^7$	$120 / 1024 = 0,117$
4	210	$\frac{1}{2}^4$	$\frac{1}{2}^6$	$210 / 1024 = 0,205$
5	250	$\frac{1}{2}^5$	$\frac{1}{2}^5$	$250 / 1024 = 0,246$
6	210	$\frac{1}{2}^6$	$\frac{1}{2}^4$	$210 / 1024 = 0,205$
7	120	$\frac{1}{2}^7$	$\frac{1}{2}^3$	$120 / 1024 = 0,117$
8	45	$\frac{1}{2}^8$	$\frac{1}{2}^2$	$45 / 1024 = 0,044$
9	10	$\frac{1}{2}^9$	$\frac{1}{2}^1$	$10 / 1024 = 0,010$
10	1	$\frac{1}{2}^{10}$	$\frac{1}{2}^0$	$1 / 1024 = 0,001$

Sumber: Ruseffendi (1998), Statistika Dasar, h. 242.

Tabel di atas menjelaskan bahwa nilai peluang tertinggi (0,246) terjadi pada $r = 5$, yaitu seorang anak menebak B sebanyak 5 buah dari 10 soal yang diberikan. Nilai peluang terrendah (0,001) terjadi pada $r = 0$ atau $r = 10$, yaitu seorang anak tidak menjawab satupun B atau menjawab semua B dari 10 soal yang diberikan.

Persoalan di atas kita ubah menjadi, misalkan ada 100 anak yang disuruh menjawab tes 10 soal B-S dan mereka menjawabnya dengan cara menerka-nerka, maka tabel diatas menunjukkan bahwa dari mereka yang paling banyak menjawab benar 5 buah ada 246 orang, palingbanyak kedua menjawab benar 4 buah atau 6 buah ada 205 orang, dan seterusnya, dan yang paling sedikit jawabannya benar, 0 buah ada 1 orang.

Jika masalah di atas tidak hanya berkenaan dengan satu orang siswa, tetapi melibatkan siswa yang banyak sekali, maka distribusinya adalah distribusi normal. Distribusi normal mempunyai ciri-ciri: bentuknya simetris, puncaknya satu buah, rata-ratanya di tengah (berimpit dengan median dan modus), makin jauh dari puncak makin landai kurvanya mendekati sumbu datarnya, dan luas daerah antara kurva normal dan sumbu datarnya sama dengan 1. Kurva normal mempunyai persamaan:

$$Y = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2 / 2\delta^2}$$

dengan, x = skor

Y = tinggi kurva untuk skor yang sesuai

μ = rata-rata skor-skor x

δ = simpangan baku skor-skor x .

$e = 2,718$

$\pi = 3,142$

Bentuk kurva normal tergantung pada besar rata – rata dan simpangan bakunya. Kurva normal yang rata – ratanya 0 dan simpangan bakunya 1 disebut kurva normal baku.

Dengan persamaan kurva diatas, kita peroleh persamaan kurva normal bakunya adalah sebagai berikut :

$$Y = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{-z^2 / 2}$$

Dari pembahasan distribusi binom, bahwa peluang siswa memperoleh jawaban benar 7 atau lebih adalah $P(\geq 7) = 0.172$. Begitu pula dengan peluang siswa memperoleh jawaban benar sebanyak antara 7 dan 10 (7 dan 10 tidak masuk) dapat juga ditulis $P(8 \text{ dan } 9) = P(7 < X < 10) = 0.54$.

Karena peubah pada distribusi normal itu kontinu maka penghitung peluang terjadinya suatu peristiwa dengan menggunakan integral berikut ini :

$$P(Z \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-z^2/2} dz$$

Untuk menghitung peluang itu sudah ada tabel yang disebut tabel luas daerah dibawah kurva normal, kita perlu memahaminya dan dapat menggunakan dalam perhitungan.

Pada masalah 10 buah soal jenis B-S yang dijawab siswa secara tebak – tebak itu banyaknya soal diperbanyak dengan jumlah yang banyak sekali, maka distribusi binom akan mendekati distribusi normal. Untuk keadaan seperti ini distribusi normal dapat dipergunakan untuk distribusi binom. Pendekatan ini akan baik sekali jika p sama dengan atau mendekati 0,5.

Pada distribusi binom, rata – ratanya sama dengan np dan variasinya sama dengan npq. Dengan demikian, skor Z untuk harga c tertentu dapat dihitung dengan rumus :

$$Z = \frac{c - np}{\sqrt{npq}}$$

Rumus ini tampak cukup sederhana.

Sebagai ilustrasi, perhatikan contoh berikut ini :

Contoh :

Pada sepuluh buah soal bentuk B-S yang ditebak siswa secara acak, berapa peluang untuk memperoleh skor 7?

Jawab

$$\mu = np = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{10 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}} = \sqrt{2,5} = 1,58$$

Berikutnya harus dihitung batas – batas skor Z untuk interval yang bersangkutan. Interval itu (7) dan harus kita ubah kedalam skor baku. Karena distribusi binom itu peubahnya diskret, sedangkan pada distribusi normal itu peubahnya kontinu, maka untuk intervalnya kita gunakan limit kelasnya, yaitu 6,5 – 7,5.

$$Z_1 = \frac{6,5 - 5}{1,58} = 0,95$$

$$Z_2 = \frac{7,5 - 5}{1,58} = 1,58$$

Pada tabel distribusi normal yang bersesuaian dengan harga – harga Z_1 dan Z_2 tersebut adalah 0,3289 dan 0,4429. Dengan demikian, peluang untuk mendapat skor 7 sama dengan $0,4429 - 0,3289 = 0,1148$.

Harga ini adalah nilai pendekatan dan sedikit berbeda dengan cara distribusi binom, yaitu 0,117.

Rangkuman

1. Kurva normal mempunyai persamaan:

$$Y = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2 / 2\delta^2}$$

dengan, x = skor

Y = tinggi kurva untuk skor yang sesuai

μ = rata-rata skor-skor x

δ = simpangan baku skor-skor x.

$$e = 2,718$$

$$\pi = 3,142$$

2. Kurva normal baku mempunyai persamaan:

$$Y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2}$$

3. Untuk menghitung peluang terjadinya suatu peristiwa dari peubah berdistribusi normal dapat menggunakan rumus berikut ini :

$$P(Z \leq z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-z^2/2} dz$$

4. Skor Z untuk harga c tertentu dapat dihitung dengan rumus :

$$Z = \frac{c - np}{\sqrt{npq}}$$

Tes Formatif 2

Berilah tanda silang (X) salah satu jawaban yang menurut anda benar.

1. Jika suatu distribusi norma d $\mu = 50$ dan $\sigma = 10$, maka nilai Z yang berkenaan dengan 45 adalah :
 - a. 0,5
 - b. 0,8
 - c. 1,0
 - d. 1,2
2. Suatu jenis baterai mobil rata – rata berumur 3 tahun dengan simpangan baku 0,5 tahun. Bila umur baterai dianggap berdistribusi normal, maka nilai Z yang sesuai dengan kasus ini adalah
 - a. 0,4
 - b. 0,2
 - c. 0,1
 - d. -1,4

3. Jika suatu distribusi normal dengan $\mu = 50$, dan $\sigma = 10$, maka peluang X mendapatkan harga antara 50 dan 60 adalah
 - a. 0,2413
 - b. 0,3413
 - c. 0,3423
 - d. 0,3431
4. Suatu jenis lampu pijar rata – rata berumur 2 tahun dengan simpangan baku 0,5 tahun. Bila dianggap umur lampu itu berdistribusi normal, maka peluang suatu lampu tertentu akan berumur kurang dari 1,5 tahun adalah
 - a. 0,1587
 - b. 0,1578
 - c. 0,5187
 - d. 0,5178
5. Rata – rata skor matematika siswa disuatu sekolah 8,0. Dan simpangan baku 2. Jika skor itu berdistribusi normal, maka peluang seorang siswa memperoleh skor antara 6,0 dan 7,0?
 - a. 0,4198
 - b. 0,1498
 - c. 0,1489
 - d. 0,4189
6. Nilai rata – rata 300 mahasiswa tahun pertama secara penghampiran berdistribusi normal dengan rata-rata 2,1 dan simpangan baku 0,6. Berapa banyak mahasiswa yang dapat diharapkan mempunyai nilai di antara atau sama dengan 2,5 dan 3,5 bila perhitungan nilai rata – rata dibulatkan sampai persepuluh terdekat
 - a. 52
 - b. 62
 - c. 72
 - d. 82
7. Andaikan, dari suatu sekolah yang calon siswanya sudah diseleksi, mendaftarkan ke suatu sekolah. Andaikan pula, selama 10 tahun pengamatan, rata – rata diterima 25%

- per tahunnya. Berapakah peluang dari 100 calon dapat diterima sekitar 22 - 27 (22 dan 27 termasuk) orang?
- 0,85
 - 0,58
 - 0,48
 - 0,38
8. Kurva normal mempunyai ciri – ciri berikut, kecuali
- Bentuknya simetris
 - Puncaknya 1 buah
 - Rata – rata = modus
 - Simpangan baku = 1
9. Peluang peristiwa binom untuk $p = \frac{1}{2}$, $q = \frac{1}{2}$, $r = 2$, dan $n = 5$ adalah
- $\frac{3}{8}$
 - $\frac{5}{16}$
 - $\frac{5}{8}$
 - $\frac{7}{16}$
10. Peluang memperoleh 2 buah H dalam pengetosan 3 buah mata uang logam adalah
- $\frac{3}{8}$
 - $\frac{5}{8}$
 - $\frac{5}{16}$
 - $\frac{7}{16}$

Cocokkan hasil jawaban anda dengan kunci jawaban tes formatif yang ada di bagian akhir bahan belajar mandiri ini. Hitunglah banyaknya jawaban anda yang benar, kemudian gunakan rumus di bawah ini untuk mengetahui tingkat penguasaan anda terhadap materi kegiatan belajar.

Rumus

Jumlah Jawaban anda yang benar

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{—————}}{10} \times 100 \%$$

Arti tingkat penguasaan yang anda capai:

90 % - 100 % = baik sekali

80 % - 69 % = baik

70 % - 79 % = cukup

< 70 % = kurang

Jika anda mencapai penguasaan 80 % atau lebih, anda dipersilahkan melanjutkan ke kegiatan belajar selanjutnya. Tetapi jika tingkat penguasaan anda kurang dari 80 %, sebaiknya anda mencoba mengulangi lagi materi tersebut.

KUNCI JAWBAN TES FORMATIF

Tes Formatif 1

1. d
2. a
3. d
4. a
5. a
6. d
7. b
8. b
9. a
10. d

Tes Formatif 2

1. a
2. d
3. b

4. a
5. b
6. d
7. b
8. d
9. b
10. a

GLOSARIUM

- Percobaan : Proses yang menghasilkan data mentah.
- Distribusi data : Sebaran data.
- Distribusi normal : Sebaran data yang mempunyai ciri-ciri kurvyaberbentuk simetris, puncak kurvanya satu buah, rata-ratanya di tengah (berimpit dengan median dan modus), dan makin jauh dari puncak makin landai kurvanya mendekati sumbu datarnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Depdiknas (2006), *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*, Depdiknas, Jakarta.
- Billstein, Liberskind, dan Lot (1993), *A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teachers*, Addison-Wesley, New York.
- Ruseffendi, H.E.T (1998), *Statistika Dasar untuk Penelitian Pendidikan*, IKIP Bandung Press, Bandung
- Troutman A.P. dan Lichtenberg, B.K. (1991), *Mathematics A Good Beginning, Strategies for Teaching Children*, Brooks/Cole Publishing Company, New York.